

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA

Jailton Soares Vicente

**O ensino de Divisão com Números Naturais pela metodologia
da Resolução de Problemas: aspectos teóricos**

Itaporanga

2011

Jailton Soares Vicente

**O ensino de Divisão com Números Naturais pela metodologia
da Resolução de Problemas: aspectos teóricos**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Coordenação do Curso de
Licenciatura em Matemática a Distância da
Universidade Federal da Paraíba como
requisito parcial para obtenção do título de
licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Cibelle de Fátima
Castro de Assis

Itaporanga
2011

Catálogo na publicação
Universidade Federal da Paraíba
Biblioteca Setorial do CCEN

- V632e Vicente, Jailton Soares.
 O ensino de divisão com números naturais pela
 metodologia da resolução de problemas: aspectos teóricos
 / Jailton Soares Vicente. -Itaporanga, 2011.
 58f. : il. -
- Monografia (Graduação) – UFPB/CCEN.
 Orientadora: Cibelle de Fátima Castro de Assis.
 Inclui referências.
1. Matemática - Ensino. 2. Métodos matemáticos. 3.
 Matemática escolar. 4. Números naturais. I. Título.

BS/CCEN

O ensino de Divisão com Números Naturais pela metodologia da Resolução de Problemas: aspectos teóricos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr^a Cibelle Castro de Assis

Aprovado em: ____/____/____

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof.^a Dr^a Cibelle de Fátima Castro de Assis (Orientador)

Prof. Ms. Antônio Sales da Silva

Prof^a. Ms. Cristiane Carvalho Bezerra de Lima

Este trabalho é dedicado aos meus pais, Irenilda Vicente Soares e José Elio Soares pela força, incentivo, compreensão, amizade e apoio nessa minha caminhada e em todos os momentos de minha vida.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me proteger e me guiar e por ter alcançado essa vitória em minha vida!

Aos meus pais, pelo carinho, dedicação e amor, por sempre me apoiarem e me ampararem quando se fazia necessário.

A todos os professores e tutores que me orientaram ao longo dessa caminhada e conquista de grandes conhecimentos e aprendizagem.

À minha orientadora, Cibelle Castro de Assis, cujo apoio, dedicação e objetividade científica foram fatores essenciais para atingir os objetivos propostos.

Aos tutores presenciais, Adenildo Teixeira de Araújo, Maxwell Madeiro Rodrigues, Luiz Mamede Sobrinho, Rildo Cariri Gonçalo, pelo incentivo, pelo apoio e pela compreensão.

Aos colegas, Ronoaldo de Araújo Lima, José Pereira da Silva, Wellyton Calho Vieira dos Santos, José de Caldas Lemos Neto, Edson Santos de Lima, Francisco Alves Feitosa, Lindemberg Rodrigues Inácio, Vanessa Lemos Roque, Maria Aparecida Rufino de Sousa, Maria Valdirene Carneiro Gomes, Jailma Gomes de Sousa, Rita Selma Nobrega Soares, Raimunda Ferreira, pela amizade, pela união nos momentos de dificuldades, pelas trocas de experiências, pelas alegrias e incertezas, por todos esses momentos vividos juntos e partilhados.

À coordenadora do nosso polo de apoio presencial, Maria de Lourdes Pereira Alves pelo seu empenho e dedicação na busca de sempre fazer o melhor para o polo.

Aos funcionários pela dedicação para com o laboratório do polo, local de nossos estudos.

“O professor não ensina, mas arranja modos de a própria criança descobrir. Cria situações-problema”.

Jean Piaget

RESUMO

Este trabalho volta-se para questões, discussões e reflexões a respeito do ensino de divisão com Números Naturais no 6º Ano do Ensino Fundamental pela da Resolução de Problemas, com a intenção de investigar e identificar as orientações e as propostas de atividades voltadas para esse conteúdo e para essa metodologia de ensino. A modalidade de pesquisa escolhida para o desenvolvimento deste trabalho foi uma pesquisa exploratória e bibliográfica, uma vez que foram coletadas informações nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental, nos livros didáticos adotados no 6º Ano na cidade de Itaporanga e em referências teóricas de pesquisadores desta temática, como Polya (1995), Dante (2000) e outros. Com base no referencial teórico, foi identificado dentro do bloco Números e Operações, no qual o conteúdo referente a pesquisa está inserido, conceitos, procedimentos, atitudes, critérios de avaliação e dificuldades de aprendizagem nesse campo. A partir do estudo realizado foi elaborado um plano de aula para abordar o conteúdo de divisão com Números Naturais em uma turma de 6º Ano, considerando as orientações de como o professor deve trabalhar a Resolução de Problemas dentro do ambiente da sala de aula, observando a classificação dos problemas, as etapas para se resolver e encaminhar a solução de um problema e que habilidades a metodologia pode motivar no aluno. Com a pesquisa foi possível perceber porque a Resolução de Problemas deve ser o eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Palavras-chave: Ensino de divisão, Números Naturais, Resolução de Problemas.

ABSTRACT

This work focus on questions, discussions and reflections on teaching division with Natural Numbers in year 6 of primary education by the Solving Problems methodology with the intention to investigate and identify the guidelines and proposed activities for this content. The type of research chosen for the development of this study was an exploratory research and bibliographic, since information was collected in the National Curriculum Parameters (NCP) for the 3rd and 4th cycles of elementary school, in the textbooks adopted in the 6th year in the city Itaporanga of references and theoretical researchers in this subject as Polya (1995), Dante (2000) and others. Based on the theoretical framework has been identified within the content Numbers and Operations, in which content is inserted regarding the research, concepts, procedures, attitudes, assessment criteria and learning difficulties in this field. From the study was prepared a lesson plan to address the contents of a combined Natural Numbers in a class of Year 6, considering the guidelines of how the teacher should work in the environment of the classroom observing the classification problems, steps forward and to solve the problem. Through research, it was possible discover why the resolution of problems should be the central thrust of the teaching and learning of mathematics.

Keywords: Education Division, Natural Numbers, Problem Solving.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Ideias da Divisão.....	45
Figura 2. Algoritmo das estimativas.....	46
Figura 3. Desafio.....	47
Figura 4. Média aritmética	47

LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Uma aplicação da divisão: a média aritmética.....	26
Quadro 2. Problema partitivo: subtrações sucessivas.....	40
Quadro 3. Problema quotativo: subtrações sucessivas.....	41
Quadro 4. Problema partitivo: tentativas multiplicativas.....	41
Quadro 5. Problema quotativo: tentativas multiplicativas.....	42
Quadro 6. Desafio: subtrações sucessivas.....	47
Quadro 7. Compreendendo o problema.....	53
Quadro 8. Executando o que foi planejado.....	54

SUMÁRIO

MEMORIAL DO ACADÊMICO	13
1 INTRODUÇÃO	16
1.1 Apresentação do tema	16
1.2 Objetivos	17
1.2.1 Objetivo Geral	17
1.2.2 Objetivos Específicos	17
1.3 Considerações Metodológicas	18
1.3.1 Caracterização da Pesquisa	18
1.3.2 Livros Didáticos	19
1.3.3 Plano de Aula	19
2 A DIVISÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS NO 6º ANO	20
2.1 O conjunto dos Números Naturais e as quatro operações	20
2.2 O ensino de divisão com números naturais no 6º ano do Ensino Fundamental.....	25
2.2.1 Orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).....	28
2.3 Ensinado pela Resolução de Problemas	30
2.4 A abordagem da Resolução de Problemas para o ensino de divisão	36
2.5 Orientações do Livro Didático “Tudo é Matemática”	43
2.6 Dificuldades para o Ensino de Divisão	48
2.7 Plano de Aula: Divisão com Números Naturais	51
3 CONSIDERAÇÕES FINAIS	55
4 REFERÊNCIAS	58

MEMORIAL DO ACADÊMICO

Comecei minha caminhada estudantil em 1993 na escola da comunidade do Sítio Cantinho, conhecida na época como Escola Estadual de 1º Grau Sítio Cantinho e que hoje se chama Escola Estadual de Ensino Fundamental Luiz de Araújo Madeiro, onde estudei até o 4º ano (3ª série), comunidade na qual resido até hoje. As professoras que ensinavam na escola eram da cidade e ainda tenho grande contato com elas, principalmente com duas delas que ainda ensinam nessa mesma escola. Meus colegas eram todos da comunidade, ou seja, todos eram bastante conhecidos, éramos praticamente vizinhos. Até hoje convivo com quase todos esses colegas, pois ainda residem nessa comunidade. Foi uma época maravilhosa de minha vida estudantil e quando terminava o horário escolar, ia juntamente com meus colegas a pé para casa que ficava a 2 km da escola e essa caminhada até nossas casas era uma folia só.

Após concluir o 4º Ano do Ensino Fundamental na escola da minha comunidade fui estudar em uma escola particular da cidade, isso graças ao bom coração da diretora que por razão da condição financeira de meus pais dispensou a metade da mensalidade, o nome dessa escola é Colégio Diocesano D. João da Mata. Estudava no período da manhã. Esse colégio era bastante amplo e com várias salas de aula, era bastante exigente com relação as atividades que eram trabalhadas dentro e fora do ambiente escolar e a cada encerramento de bimestre fazia-se uma reunião com os pais dos alunos para informá-los do rendimento e comportamento de cada aluno. Gostava muito de estudar nesse colégio, pois ele era bastante organizado e atencioso para com seus alunos.

Como morava na zona rural a cerca de 5 km da cidade, meu pai ia me deixar de bicicleta todas as manhãs no colégio. No ano seguinte ia para escola de bicicleta com uns amigos mais velhos do que eu e que também estudavam na cidade, mas em outras escolas. A partir do 8º Ano, já vinha para escola em um carro que ia buscar os estudantes somente no período da manhã. Concluí todo o Ensino Fundamental nesse colégio, não ficando reprovado nenhum ano. Ainda como bolsista continuei o Ensino Médio nesse mesmo colégio, mas agora estudando no período da tarde, pois neste se ensinava o Ensino Fundamental no período da manhã e o Ensino Médio à tarde e como o carro só ia buscar os estudantes pela manhã, passei a ir para o colégio de bicicleta e quando tinha a sexta aula chegava em casa já à noite. Lembro que minha mãe ficava bastante preocupada já que ia para casa sozinho, pois quase todos os meus amigos

estudavam pela manhã e os que estudavam a tarde saíam mais cedo do que eu.

Além de estudar no período da tarde ainda ajudava meu pai na roça pela manhã, isso é claro quando não tinha nenhuma atividade ou prova para ser realizada naquele dia. Apesar da cansativa vinda para o colégio dificilmente perdia aula e concluí em 2003 todo o Ensino Médio no Diocesano e não fiquei reprovado nenhum ano. Após terminar o Ensino Médio prestei vestibular para a Universidade Federal da Paraíba e infelizmente não consegui ser aprovado, então fui trabalhar em uma tecelagem têxtil que foi implantada na minha comunidade e deixei os estudos um pouco de lado. Em 2007 minha mãe me veio com a notícia do vestibular que iria acontecer na modalidade de Ensino a Distância. No começo não fiquei muito interessado, pois como trabalhava das seis horas da manhã até às cinco horas da tarde tinha pouco tempo para estudar para essas provas. Mas com o grande incentivo de minha mãe comecei a estudar e consegui ser aprovado, realmente foi uma grande alegria.

Em 2008 para me dedicar somente aos estudos na UFPB-Virtual deixei o emprego no qual estava, pois como morava na zona rural, trabalhava durante todo o dia e não tinha internet em casa, seria muito difícil conciliar os dois. Assim dei prioridade aos meus estudos. Iniciando as aulas vinha para o polo no período da manhã no carro que ia buscar os estudantes na minha comunidade, como não tinha computador e ainda não tenho, dependia unicamente do polo para acessar a plataforma.

O primeiro período da faculdade de ensino na modalidade a distância que se iniciou em 2008 foi um pouco complicado, pois ainda não tinha nenhuma experiência nessa modalidade de ensino, só tinha acesso à plataforma somente no período da manhã, pois meio dia voltava para o sítio no carro dos estudantes e encontrava algumas dificuldades com o ambiente de aprendizagem Moodle, com o envio das tarefas, com a organização no estudo das disciplinas e deixava mais de uma atividade para ser enviada no mesmo dia o que era um grande erro que cometia, mas fui me adaptando com a plataforma e com a modalidade de ensino ficando fácil superar todas essas dificuldades.

Durante esse primeiro período uma grande ansiedade se fez em torno das avaliações presenciais, pois não se tinha nenhuma ideia do grau de dificuldade que elas abrangeriam e no dia da prova lembro que todos nós alunos do curso de Licenciatura em Matemática estávamos muito nervosos. Esse nervosismo atrapalhou um pouco, mas o resultado alcançado foi bom. A partir do segundo período essa ansiedade e esse nervosismo foram superados, pois já sabíamos do grau de dificuldade das provas

presenciais e que nos dedicando nos conteúdos abordados em cada disciplina iríamos conquistar bons resultados. Outra dificuldade enfrentada por todos os alunos não diz respeito com a modalidade de ensino, mas com a internet aqui do polo que era muito lenta e até hoje ainda é. Dificuldade esta com que aprendemos a conviver.

A cada período temos que realizar duas viagens antes de cada prova presencial para assistir aulas presenciais quando esta não ocorre em nossa cidade, viagem está que é bastante cansativa pela longa estrada que enfrentamos, mas que é muito proveitosa e de fundamental importância para esclarecermos e superar qualquer dúvida a respeito do conteúdo abordado. Dúvidas estas que se tornaram cada vez menor com a formação de um grupo de estudo, onde procurávamos nos reunir duas vezes por semana para compartilhar nossos conhecimentos e esclarecermos nossas dúvidas.

Grupo este que foi fundamental para melhorar o nosso aprendizado dentro do curso e para nos sentirmos muito mais confiante em nossa caminhada e na busca de nossos objetivos. Com a formação desse grupo, com a união de todos os alunos e com a grande compreensão e ajuda dos professores de cada disciplina, as dificuldades que iam surgindo a cada período eram superadas com louvor e os conhecimentos adquiridos eram maravilhosos. Chegando nesse 8º período e na reta final dentro do nosso curso, olho para trás e vejo o quanto o aprendizado e os conhecimentos conquistados foram grandiosos para mim e para minha vida.

Não tenho experiência de sala de aula como educador, ainda não lecionei nem no Ensino Fundamental nem no Médio. Mas tive ótimas experiências nas disciplinas de Estágio Supervisionado II no 5º período – 2010.1, estagiando na escola Jacinta Paulo Chaves, no 8º ano do Ensino Fundamental e na disciplina de Estágio Supervisionado IV no 7º período – 2011.1, estagiando na escola EEEM Adalgisa Teódulo da Fonseca, no 2º ano do Ensino Médio. Foram experiências que me renderam grandes conhecimentos com relação a minha identidade como professor, a prática pedagógica que foi adotada e ao ambiente de sala de aula; experiências que ficaram marcadas para sempre.

1.1 Apresentação do tema

As formas de ensino predominantes em muitas de nossas escolas estão baseadas na memorização de regras e técnicas operatórias, desvinculadas do cotidiano de nossos alunos, em especial quando se tratam de conhecimentos matemáticos. Essa metodologia não oferece condições para que o ensino seja capaz de proporcionar o desenvolvimento de conhecimentos, habilidades e competências que contribuam para a formação de um cidadão crítico, criativo e solidário, capaz de ser agente de mudanças na sociedade em que vive.

Com relação às quatro operações básicas, o cálculo por meio do algoritmo da divisão tem sido considerado por professores e alunos como o mais difícil de ser assimilado, fato que gera preocupações e a necessidade de busca por estratégias e metodologias de ensino que possam proporcionar uma aprendizagem mais significativa desse conteúdo.

Mas quais são as orientações existentes para os professores de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental relativas ao ensino de divisão envolvendo números naturais pela metodologia da Resolução de Problemas? O que orientam os livros didáticos para este nível escolar?

A abordagem de conceitos, ideias e métodos sob a perspectiva de Resolução de Problemas ainda é bastante desconhecida da grande maioria e, quando é incorporada à prática escolar, aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagem de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos (BRASIL, 1998).

Um ensino sem a Resolução de Problemas não possibilita o desenvolvimento de atitudes e capacidades intelectuais, pontos fundamentais para despertar a curiosidade dos alunos e torná-los capazes de lidar com novas situações. Por isso, escolhemos como tema de investigação o ensino de divisão com números naturais pela metodologia da Resolução de Problemas, pois na aprendizagem de matemática, os problemas são fundamentais, por que permitem ao aluno colocar-se diante de questionamentos e pensar por si próprio, possibilitando o exercício do raciocínio lógico e não apenas o uso

padronizado de regras. Temos certeza que essa metodologia pode facilitar e proporcionar um ensino aprendizagem mais significativo para o trabalho com a divisão, fazendo com que os alunos superem as grandes dificuldades que encontram com relação a esse conteúdo.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é identificar na literatura as orientações e propostas de atividades voltadas para o ensino de divisão com números naturais no 6º ano do Ensino Fundamental fundamentadas na proposta metodológica da Resolução de Problemas.

1.2.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral, delineamos os seguintes objetivos específicos:

- Levantar e analisar no referencial teórico pertinente as principais dificuldades encontradas com relação ao ensino de divisão com números naturais no 6º ano do Ensino Fundamental;
- Analisar o livro didático de Matemática do 6º ano mais adotado nas escolas municipais e estaduais da cidade de Itaporanga quanto à abordagem da Resolução de Problemas para o conteúdo de divisão com números naturais.
- Levantar sugestões de atividades voltadas para o ensino de divisão com base na Resolução de problemas;
- Elaborar um plano de aula para o ensino de divisão com números naturais, considerando o livro didático adotado em consenso por todas as escolas municipais e estaduais da cidade fundamentado na Resolução de Problemas.

1.3 Considerações Metodológicas

1.3.1 Caracterização da Pesquisa

Para alcançar os objetivos definidos no trabalho foi realizada uma pesquisa exploratória ou diagnóstica, procurando obter informações e dados esclarecedores sobre eles, e ferramentas que possam ajudar a explicar os tópicos tratados na pesquisa.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 70), uma pesquisa exploratória é aquela que o pesquisador, diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida ou conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela. Esse tipo de pesquisa funciona como uma sondagem e visa verificar se uma determinada ideia de investigação é viável ou não.

Quanto a coleta de dados, realizamos uma pesquisa bibliográfica. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 71), uma pesquisa bibliográfica é aquela que se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos. Essa modalidade de estudos compreende tanto os estudos tipicamente históricos como estudos analítico-descritivos de documentos ou produções culturais.

Assim, buscamos referências bibliográficas que favorecessem a investigação dos tópicos de discussão desse trabalho. Por exemplo, referências como Campos (2001), Dante (2009), PCN (BRASIL, 1998), Toledo e Toledo (1997) e Van de Walle (2009), serviram de base para o desenvolvimento da discussão sobre “O Conjunto dos Números Naturais e as Quatro Operações”.

Dando continuidade ao trabalho, referências como Campos (2001), Dante (2009), PCN (BRASIL, 1998), Rêgo (2009), Van de Walle (2009) e Toledo; Toledo (1997), foram essenciais para o desenvolvimento do tópico “O ensino de Divisão com Números Naturais no 6º ano do Ensino Fundamental”.

Foram de fundamental importância para o desenvolvimento dos tópicos, “Ensinando pela Resolução de Problemas” e “A abordagem da Resolução de problemas para o Ensino de Divisão”, materiais como Dante (2000), Dante (2009), PCN (BRASIL, 1998), Paiva (2010), Polya (1995), Rêgo (2009), Toledo; Toledo (1997) e Van de Walle (2009).

Com relação ao tópico Orientações do Livro Didático “Tudo é Matemática”, foi analisado o trabalho de Dante (2009). Sobre o tópico “Dificuldades para o Ensino de

Divisão”, foram analisadas referências como Campos (2001), PCN (BRASIL, 1998), Rêgo (2009), Toledo; Toledo (1997) e (van de walle, 2009).

Para o desenvolvimento do último tópico, “Plano de Aula: Divisão com Números Naturais”, serviram de referências autores como Dante (2000), Dante (2009), PCN (BRASIL, 1998), Paiva (2010) e Polya (1995)”.

1.3.2 Livros Didáticos

Foi realizado um levantamento em seis escolas da cidade de Itaporanga, sendo duas municipais e quatro estaduais, com o intuito de averiguar como o conteúdo de divisão com números naturais e a metodologia da Resolução de Problemas são abordados no livro didático adotado em consenso por essas escolas e intitulado “Tudo é Matemática” de Luiz Roberto Dante da Editora Ática, 2009 do 6º ano do Ensino Fundamental.

1.3.3 O Plano de Aula

Nesse plano de 1 hora/aula ou 45 minutos, apresentaremos aos alunos um problema cotidiano de divisão para ser resolvido através da "Heurística de Polya", proporcionando uma compreensão mais significativa do conteúdo abordado. Formaremos grupos de 4 alunos para resolução do problema, para que eles possam discutir suas ideias, propiciando uma interação valiosa. Deixaremos os alunos livres para pensarem por si mesmos, levantarem suas estratégias e testá-las. Daremos um tempo razoável para que os alunos leiam, compreendam e resolvam o problema. O nosso papel de professor será o de incentivador e moderador das ideias geradas pelos próprios alunos. Iremos pedir para que um representante de cada grupo reproduza na lousa a resolução do problema, onde vamos discutir cada etapa de sua solução, quais foram os acertos, os erros cometidos e as estratégias utilizadas por cada grupo. Iremos avaliar os alunos de acordo com a sua participação e interação durante e após a resolução da situação-problema, através do seu comportamento dentro do ambiente da sala de aula, através do respeito para com as dúvidas e dificuldades dos colegas. Pediremos que um representante de cada grupo registre a parte cada etapa da resolução do problema para ser entregue.

2 A DIVISÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS NO 6º ANO

2.1 Conjunto dos Números Naturais e as quatro operações

O conjunto dos Números Naturais, segundo o livro Tudo é Matemática para o 6º ano de Dante (2009, p. 12), é apresentado como sendo a sequência numérica:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 ...

Podemos perceber que ela começa com o número zero. Para obtermos o próximo elemento, somamos o 1 ao zero e obtemos 1. Para obter o próximo, somamos 1 ao 1 ($1 + 1 = 2$) e obtemos o 2. E assim por diante. Qualquer número natural é obtido por esse processo. Por exemplo:

- o sucessor de 15 é 16, pois $15 + 1 = 16$;
- o sucessor de 55 é 56, pois $55 + 1 = 56$;
- o sucessor de 1236 é 1237, pois $1236 + 1 = 1237$.

Portanto, para determinar o sucessor de um número natural basta somar 1 a esse número. Uma vez que todo número natural tem um sucessor maior do que ele, a sequência dos números naturais é infinita. O conjunto numérico formado pelos números naturais é representado pelo símbolo \mathbb{N} ou \mathbb{N} e chamado de conjunto dos números naturais:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, \dots\}$$

O conjunto formado pelos números naturais diferente de zero é representado por \mathbb{N}^* , ou seja:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, \dots\}$$

Dentre as operações desse conjunto podemos destacar: adição, subtração, multiplicação e divisão, as quais apresentamos a seguir:

Adição com Números Naturais

É a operação mais natural na vida dos alunos porque está presente em suas experiências desde muito cedo, ou seja, são ações corriqueiramente realizadas por eles em seu cotidiano. Além de estar associada às ideias de "juntar" e "acrescentar" que são efetivamente prazerosas, como mostram os exemplos a seguir:

(Juntar quantidades) Joana estuda no 6º ano B. Em sua escola há 358 meninos e 536 meninas. Qual o total de alunos dessa escola? (DANTE, 2009, p. 40).

(Acrescentar uma quantidade a outra) Na escola de Joana há 894 alunos. Se forem matriculados 87 novos alunos nessa escola, qual será o total de alunos que a escola passará a ter? (DANTE, 2009, p. 40).

Essa familiaridade dos alunos com a adição facilita muito o trabalho pedagógico a ser realizado pelo professor, que consistirá basicamente em planejar situações adequadas ao estágio em que eles se encontram. No trabalho com a adição deve ser utilizado atividades que levem o aluno a descobrir propriedade, como a comutativa, a associativa e o fato de o zero funcionar como elemento neutro da adição.

Subtração com Números Naturais

De acordo com Toledo e Toledo (1997), se a adição é uma operação bastante simples de se trabalhar, o mesmo não acontece com a subtração e isso ocorre por diversos motivos.

Em primeiro lugar porque o raciocínio das crianças se concentram em aspectos positivos da ação, da percepção e da cognição, enquanto que os aspectos negativos, como inverso e recíproco, só são construídos mais tarde.

Em segundo lugar, apesar da subtração estar presente desde cedo no cotidiano das crianças, ela tem um aspecto afetivo adverso, muitas vezes ligado a situações de "perda", como por exemplo: Carlos tinha 42 figurinhas e perdeu 15. Quantas ele tem agora?

Por último, por que a subtração está associada a ideias bastante diferentes entre si, como "tirar", "comparar", "completar". Como mostra os exemplos adaptados de Toledo e Toledo (1997, p. 110):

(Tirar) Em um ônibus havia 35 pessoas. No primeiro ponto desceram 16. Quantas permaneceram no ônibus?

(Comparar) Tenho uma coleção de 54 selos e meu irmão tem 87. Quem tem mais

selos? Qual a diferença?

(Completar) Quero comprar um tênis que custa 96 reais, mas só tenho 64 reais. Quanto Falta?

Multiplicação com Números Naturais

O que se observa com relação a multiplicação é que ela é vista basicamente sob seu aspecto de "adição de parcela iguais", essa concepção tem que ser mudada, pois é preciso ter em mente que a multiplicação também está associada a ideia de número de possibilidades ou combinação e oferece um dos primeiros contatos com a noção de proporcionalidade, uma das mais poderosas ideias matemáticas. Podemos ver a multiplicação associada a ideia de combinação no seguinte exemplo:

(Combinação) Numa lanchonete há 4 tipos de suco: laranja, abacaxi, morango e melão. Eles são servidos em copos de 3 tamanhos: pequeno, médio e grande. Quantas são as possibilidades de escolha ao pedir o suco? (DANTE, 2009, p. 52).

Podemos ver a multiplicação associada a ideia de proporcionalidade no seguinte exemplo:

(Proporcionalidade) Cada rolo de arrame contém 50 metros. Qual é a metragem contida em 15 rolos de arrame? (DANTE, 2009, p. 52).

Assim como na adição, no trabalho com a multiplicação deve ser utilizado atividades que levem o aluno a descobrir propriedades, como a comutatividade, a associatividade elemento nulo e o fato do 1 funcionar como elemento neutro da multiplicação.

Podemos também associar a multiplicação a ideia de disposição retangular, como na seguinte situação-problema:

(Disposição retangular) Num anfiteatro as cadeiras estão dispostas em 20 linhas e 15 colunas. Qual é o número total de cadeiras? (DANTE, 2009, p. 49).

Divisão com Números Naturais

O primeiro ponto que podemos destacar é o fato de a divisão está ligada a duas ideias diferentes, repartir em partes iguais e a de verificar quantas vezes uma quantidade cabe na outra ou medir. Essas ideias podem ser vistas nas seguintes situações-problema:

(Repartir igualmente) Pedro caminhou 12 quilômetros em 3 horas. Quantos quilômetros por hora ele caminhou? (VAN DE WALLE, 2009, p.178).

(Medida) Pedro caminhou 12 quilômetros a um ritmo de 4 quilômetros por hora. Quantas horas Pedro demorou para caminhar os 12 quilômetros? (VAN DE WALLE, 2009, p.178).

A divisão no sentido de repartir igualmente significa que se procura o maior número possível de elementos em cada um dos grupos fixados (o divisor). No sentido de medir, pretende-se determinar a maior quantidade possível de grupos, com uma quantidade prefixada de elementos em cada grupo (o divisor). Voltaremos a tratar desta abordagem para a divisão com números naturais a seguir.

De acordo com Dante (2009), os números naturais em nosso cotidiano estão presentes nas seguintes situações:

- Nas contagens, como por exemplo: Conforme dados do Censo Demográfico de 2010, realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o Brasil possui 190.755.799 habitantes.
- Nas ordenações ou posições, como por exemplo: no Pan-americano de Guadalajara, César Cielo ficou em 1º lugar na prova dos 50 metros de natação.
- Nos códigos, como por exemplo: O CEP (Código de Endereço Postal) é usado pelos correios para identificar a localização de uma casa, escola, etc.
- Nas medidas, como por exemplo: Algumas placas de sinalização de trânsito regulamentam medidas que os motoristas devem observar para não cometerem infrações ou causar acidentes. (DANTE, 2009, p. 10).

Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 50), nos anos iniciais do Ensino Fundamental o aluno começa a construir e assimilar o seu conhecimento acerca dos

números que surgem como instrumento eficiente para resolver determinadas situações-problema que serão enfrentadas por eles em seu dia a dia. Nessa sua vivência, o aluno passará a perceber a existência de diversos tipos de números bem como seus diferentes significados, à medida que deparar e resolver diversas situações-problema envolvendo operações.

Com relação ao cotidiano da criança ela se depara com os números naturais em muitas situações, como destaca Dante (2009):

- Quando conta quantos alunos tem em sala de aula.
- Ao observa qual posição ela ocupa na fila do lanche em sua escola.
- Ao observar na sala de aula, qual posição ela ocupa em sua fileira de carteiras.
- Ao observar qual o número referente à sua casa e à sua escola.
- Ao procurar saber qual é o código especial (telefone) da Polícia Militar, do Corpo de Bombeiros, do Serviço de Atendimento Móvel de Urgência (Samu). (DANTE, 2009, p. 11).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o 3º e 4º ciclo do Ensino Fundamental enfatizam o trabalho com situações-problema que favoreçam o desenvolvimento e o significado das operações numéricas que concerne aos conteúdos propostos para o ensino de Matemática no terceiro ciclo do Ensino Fundamental, sugerem que:

Neste ciclo, os alunos devem ser estimulados a aperfeiçoar seus procedimentos de cálculo aritmético, seja ele exato ou aproximado, mental ou escrito, desenvolvido a partir de procedimentos não-convencionais ou convencionais, com ou sem uso de calculadoras. Certamente, eles ainda não têm domínio total de algumas técnicas operatórias, como da multiplicação e da divisão envolvendo números naturais, compostos de várias ordens, ou aquelas com números decimais, e isso precisa ser trabalhado sistematicamente. O importante é superar a mera memorização de regras e de algoritmos (“divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima”, “inverte a segunda e multiplica”) e os procedimentos mecânicos que limitam, de forma desastrosa, o ensino tradicional do cálculo. (BRASIL, 1998, p. 67).

Portanto, de acordo com a citação acima, podemos notar que as regras devem ser percebidas por meio da percepção das regularidades e depois construídas, ao invés de apenas transmitidas. Por esse motivo, é importante que se construam os significados de números e das operações em detrimento apenas dos procedimentos.

2.2 O ensino de divisão com Números Naturais no 6º ano do Ensino Fundamental

Segundo Rêgo (2009), na abordagem do ensino de divisão com números naturais no 6º ano, dois modelos distintos são trabalhados em sala de aula: o modelo partitivo (repartir em partes iguais) e o modelo quotativo (de medida, onde se busca identificar quantas vezes uma quantidade cabe em outra). Modelos esses também considerados por Van de Walle (2009), como foi colocado anteriormente.

Podemos ver esses dois modelos nas seguintes situações: (Partitivo) Se tenho 15 bolachas para dividir entre meus três filhos, quantas bolachas caberão a cada um deles? (Quotativo) Preciso fazer ramalhetes, cada um com cinco rosas. Se tenho 45 rosas, quantos ramalhetes poderei fazer?

Sabemos que ambas as situações serão resolvidas pela operação de divisão, mas elas compreendem ações cognitivas distintas, o que podemos observar facilmente se analisarmos as relações entre as variáveis envolvidas nas situações-problema e o modo como estas estão presentes nas respostas.

Na primeira situação, os biscoitos que foram divididos entre os filhos resulta em um total x de biscoitos por cada filho, ou seja, iremos descobrir quantos elementos há em cada grupo formado. Na segunda situação, as rosas divididas em grupos de cinco rosas resulta em um total x de ramalhetes, ou seja, considerando o exemplo dado, quantos grupos de 5 rosas “cabem” ou “estão contidos” em 45 rosas.

Esses dois modelos devem ser bem entendidos, pois é importante que ambos sejam trabalhados em sala de aula, entendendo as dificuldades específicas de cada um. Isso também se reflete na compreensão do algoritmo tradicional da divisão, pois embora o partitivo seja mais natural para aluno, uma vez que se utiliza com grande frequência desse modelo em suas ações práticas de divisão, o algoritmo se estrutura segundo o modelo quotativo. Por exemplo, quando fazemos a seguinte operação $28 \div 9$, procuramos identificar quantas vezes o 9 “cabe” no 28, o que compreende um jogo de adivinhação para o aluno, em especial para os que não têm muita agilidade mental com a tabuada. (RÊGO, 2009, p. 169).

Logo, a operação de divisão pode ser relacionada com a realização de subtrações sucessivas. Assim, $24 \div 6 = 4$, ou seja, 24 dividido por 6 significa quantas vezes o 6 cabe no 24, retirando o número 6 sucessivamente de 24, temos: $24 - 6 = 18$; $18 - 6 = 12$; $12 - 6 = 6$ e $6 - 6 = 0$. Portanto, o número 6 cabe 4 vezes em 24, procedimento este que os

alunos desconhecem formalmente, pois o que é trabalhado em sala de aula é o ensino de divisão com base na tabuada.

Outro tópico trabalhado com relação a esse conteúdo é o resto de uma divisão de números naturais. Podem-se propor atividades que instigam o aluno a descobrir que o resto não pode ser igual ao divisor ou maior que o divisor, levando-os a entender que, em uma divisão com números naturais, vale a relação: $\text{dividendo} = \text{quociente} \times \text{divisor} + \text{resto}$. Trabalhando a ideia de que em uma divisão que envolve somente números naturais, se o resto é zero, a divisão é exata; quando o resto é maior que zero, a divisão não é exata. Para isso, é necessário que vivenciem e discutam situações como, por exemplo: João tem 23 carinhos e quer reparti-los igualmente entre seus 4 amigos. O que acontece se ele der um carinho para cada um? E se der 2, 3 e 4?

Podemos trabalhar a média aritmética como uma aplicação da divisão, propondo e discutindo situações do tipo: **O dono da livraria Saber anotou a venda de livros no decorrer de uma semana. Determine a média de livros vendidos por dia durante essa semana.** (DANTE, 2009, p. 61).

Quadro 1. Uma aplicação da divisão: a média aritmética

Segunda – feira: 35 livros
Terça – feira: 7 livros a mais do que na 2ª - feira
Quarta – feira: 2 livros a menos do que na 3ª - feira
Quinta – feira: 6 livros a mais do que na 3ª - feira
Sexta – feira: 15 livros a mais do que na 2ª - feira
Sábado: 15 livros a mais do que na 4ª - feira

Solução do problema:

Inicialmente, calculamos o valor de livros vendidos a cada dia:

- **Terça – feira:** 7 livros a mais do que na 2ª - feira, temos $35 + 7 = 42$.
- **Quarta – feira:** 2 livros a menos do que na 3ª - feira, temos $42 - 2 = 40$
- **Quinta – feira:** 6 livros a mais do que na 3ª - feira, temos $42 + 6 = 48$
- **Sexta – feira:** 15 livros a mais do que na 2ª - feira, temos $35 + 15 = 50$
- **Sábado:** 15 livros a mais do que na 4ª - feira, temos $40 + 15 = 55$

Em seguida, calculamos o valor total de livros vendidos durante toda a semana, fazendo a seguinte adição: $35 + 42 + 40 + 48 + 50 + 55 = 270$.

Agora que já sabemos que foram vendidos durante a semana 270 livros, basta dividir esse total (270) pelo número de dias referente a semana (6), ou seja, devemos fazer $270 \div 6 = 45$. Assim, a quantidade de livros vendidos por dia durante essa semana é de 45 livros.

Dizemos que 45 é a *média aritmética* dos valores 35, 42, 40, 48, 50 e 55. Para encontrar a média aritmética (ou simplesmente a média) de uma série de valores devemos adicionar todos os valores e, em seguida, dividir a soma obtida pela quantidade de valores somados. No caso desse nosso problema, temos:

$$(35 + 42 + 40 + 48 + 50 + 55) \div 6$$

“Números Racionais” é conteúdo trabalhado no 6º ano do Ensino Fundamental, onde são tratados em sua representação fracionária ou decimal.

De acordo com Dante (2009, p. 158), Número Racional é todo número que pode ser escrito na forma de fração com numerador e denominador inteiros e denominador diferente de zero. Exemplos (DANTE, 2009, p. 158):

- 3 é um número racional, por que $3 = \frac{3}{1}$ ou $\frac{6}{2}$ ou $\frac{9}{3}$, etc.
- $\frac{4}{5}$ é um número racional, pois já está escrito em forma de fração.
- $1\frac{1}{4}$ é um número racional, pois $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$.

No trabalho envolvendo os números naturais no 6º ano do Ensino Fundamental, os PCN (BRASIL, 1998, p. 71) destacam com relação a seus conceitos e procedimentos a importância de se localizar na reta numérica os números racionais; reconhecer que estes podem ser expressos na forma fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações.

Além do reconhecimento de números racionais em diferentes contextos, cotidianos e históricos, e exploração de situações-problema em que indicam relação parte/todo, quociente, razão ou funcionam como operador. Abordam ainda a compreensão do sistema de numeração decimal, identificando o conjunto de regras e símbolos que o caracterizam e extensão das regras desse sistema para leitura, escrita e representação dos números racionais na forma decimal.

Segundo Rêgo (2009, p. 171), no caso específico dos números racionais, seja em sua representação fracionária ou decimal, compreender sua história, bem como sua importância e uso em situações práticas, como também sua relação com outros tópicos como proporcionalidade ou porcentagem, auxiliam o professor a não apenas selecionar o que será mais importante enfatizar, mas também o planejamento da sequência didática a ser adotada.

2.2.1 Orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

Com base nas orientações dos PCN (BRASIL, 1998), o conteúdo de divisão tem que ser ensinado de modo mais significativo para o aluno, procurando relacionar esse conteúdo com a realidade vivenciada por ele, onde seus conceitos devem ser desenvolvidos com compreensão. É importante que seja desenvolvido em uma abordagem que considere a divisão em situações-problema interessantes, de forma contextualizada e/ou interdisciplinar, proporcionando, ao aluno uma aprendizagem mais significativa.

O trabalho a ser realizado com a divisão deve se concentrar na compreensão de seus significados e nas relações existentes com as outras operações básicas (adição, subtração e multiplicação).

Podemos utilizar as recomendações contidas nos PCN (BRASIL, 1997) para analisarmos se um aluno ao chegar no 6º ano do Ensino Fundamental traz consigo as seguintes habilidades e se, em caso contrário, ajudá-los a desenvolvê-las:

- Resolver situações-problema e construir, a partir delas, os significados das operações fundamentais, buscando reconhecer que uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes e um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de diferentes operações.
- Desenvolver procedimentos de cálculo - mental, escrito, exato, aproximado - pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados.
- Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais.
- Reconhecimento de que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e de que diferentes operações podem resolver um mesmo problema.
- Resolução das operações com números naturais, por meio de estratégias pessoais e do uso de técnicas operatórias convencionais,

com compreensão dos processos nelas envolvidos.

- Ampliação do repertório básico das operações com números naturais para o desenvolvimento do cálculo mental e escrito.
- Analisando se essas habilidades foram desenvolvidas ou não nos alunos, ele poderá identificar o ritmo de aprendizagem de cada um e identificar as dificuldades que que eles enfrentaram com relação ao conteúdo. (BRASIL, 1997, p. 57).

No ensino de divisão é importante desenvolver e proporcionar situações-problema em que os alunos possam consolidar os significados da operação, como também a construções de novos significados. Outro ponto importante com relação ao ensino de divisão é levar em consideração os conhecimentos prévios do aluno. Oportunizar momentos para que os alunos possam refletir sobre os procedimentos de cálculos utilizados durante a resolução de problemas envolvendo essa operação, para que com isso eles possam ampliar ainda mais seus significados.

Durante a resolução das situações propostas com relação ao conteúdo de divisão para o aluno é importante levá-lo a produzir estratégias pessoais de solução do problema e justificar os processos de solução quanto os procedimentos de cálculos em função da situação que lhe foi proposta.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998, p. 39), também é importante trabalhar o ensino de divisão e de qualquer outro conteúdo de forma coletiva, pois a interação entre os alunos desempenha um papel de fundamental importância no desenvolvimento de suas capacidades cognitivas, afetivas e de inserção social, além de favorecer o desenvolvimento de capacidades como:

- perceber que além de buscar a solução para uma situação proposta devem cooperar para resolvê-la e chegar a um consenso;
- saber explicitar o próprio pensamento e procurar compreender o pensamento do outro;
- discutir as dúvidas, supor que as soluções dos outros podem fazer sentido e persistir na tentativa de construir suas próprias ideias;
- incorporar soluções alternativas, reestruturar e ampliar a compreensão acerca dos conceitos envolvidos nas situações e, desse modo, aprender. (BRASIL, 1998, p. 39).

Para que essas capacidades possam realmente ser desenvolvidas é preciso que professor proporcione um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias, ou seja, é preciso que o docente faça do ambiente da sala de aula um lugar de interatividade entre todos os participantes envolvidos no processo de ensino-aprendizagem.

É de fundamental importância que as atividades trabalhadas durante a abordagem e o ensino do conteúdo de divisão estimulem no aluno a sua curiosidade, o seu espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade de resolver diversas situações-problema, fazendo com que a aprendizagem seja apoiada na ação, na descoberta, na reflexão e na comunicação.

2.3 Ensinando pela Resolução de Problemas

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 39) encontramos como um dos caminhos para fazer Matemática no ambiente da sala de aula de forma significativa, o recurso à Resolução de Problemas.

A Resolução de Problemas é hoje um caminho metodológico de fundamental importância para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, pois proporciona o desenvolvimento do raciocínio da criança no seu dia a dia, a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, faz com que o aluno possa pensar produtivamente, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance, desenvolve a estrutura criativa e exercita sua criatividade, além de tornar as aulas de Matemática muito mais interessantes e desafiadoras.

Para se resolver problemas é preciso adotar uma postura de investigação em relação ao que foi proposto e o questionamento de suas respostas. Portanto, o professor deve trabalhar em sala de aula com problemas que sejam motivadores para os alunos, procurando elaborar questões que envolvam sua realidade e seus interesses. De acordo com Paiva (2010),

[...]o estudante deve ser levado ao questionamento do problema, de seus dados, das suas condicionantes, do plano de resolução e das respostas obtidas. Desta forma, prepara-se o espírito crítico que desejamos para os nossos alunos. Por outro lado, do professor exige-se uma nova postura em sala de aula. Ele precisa ser paciente, aprender a ouvir o aluno, seguir o seu raciocínio, compreender quando o mesmo está pronto para solucionar a questão, orientá-lo quando ele perder o fio da meada, incentivando-o a procurar novos caminhos com suas próprias pernas. E, sobretudo, valorizar os diversos momentos em que é possível trabalhar com a leitura, interpretação e produção de textos pelos alunos. (PAIVA, 2010, p. 134).

Aprender a resolver problemas não é algo que acontece do dia para a noite; exige

tempo para as descobertas, para a aquisição de segurança com relação a tomadas de decisões e para que ocorra a maturação. É uma prática que vamos desenvolvendo ao longo de nossa vida, pois nunca estaremos totalmente prontos para enfrentarmos qualquer tipo de situação problema com a qual iremos deparar e seu enfrentamento irá proporcionar a oportunidade de aprender algo totalmente novo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o terceiro e quarto ciclo do Ensino Fundamental enfatizam que,

[...] o fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos — que admitem diferentes respostas em função de certas condições — evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos. (BRASIL, 1998, p. 40).

O professor durante a Resolução de Problemas deve estar preocupado em saber se o aluno possui ou não pré-requisitos para execução do problema proposto. “É relativamente recente a atenção ao fato de que o aluno é agente da construção do seu conhecimento, pelas conexões que estabelece com seu conhecimento prévio num contexto de resolução de problemas” (BRASIL, 1998, p. 37). Assim, é importante de início propor situações em que os estudantes tenham condições de resolver, caso contrário, poderão nutrir sentimentos de aversão à Matemática. Portanto, não se devem propor logo de cara situações que tenham uma resolução bastante complexa, pois além dos alunos não conseguirem resolvê-la irão se frustrar com relação a nova metodologia aplicada em sala de aula.

De acordo com Polya (1995, p. 3), para desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas, é importante que o professor procure fazer com que eles tomem gosto por essa metodologia de ensino, além de proporcionar-lhes diferentes situações e muitas oportunidades de imitar e de praticar. Ao trabalhar com a Resolução de Problemas em sala de aula resolvendo problemas que foram propostos para seus alunos, o professor deve fazer para si próprio as mesmas indagações que utiliza para ajudar seus alunos durante a resolução da situação, com isso, proporciona ao aluno o uso correto das indagações e sugestões, além de proporcionar para o aluno mais do que o simples conhecimento de um fato matemático.

Para os PCN do 3º e 4º ciclos (BRASIL, 1998), a resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pode ser fundamentada nos seguintes princípios:

- a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;
- um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;
- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1998, p. 40).

Considerando esses princípios os PCN para o 3º e 4º ciclos (BRASIL, 1998, p. 41), destacam que “um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado”.

A partir do parágrafo acima podemos perceber que estamos diante de um problema quando não podemos determinar sua solução rapidamente, para se chegar a ela temos que passar por algumas etapas. Também podemos entender um problema

como sendo,

[...] um obstáculo que se apresenta diante do indivíduo, ao enfrentar determinada situação e, para ultrapassá-lo faz-se necessário lançar mão de seus conhecimentos. De um modo geral, temos um problema quando estamos diante de uma situação reconhecida como tal, que nos pede uma resposta, e nós não temos como encontrá-la de forma imediata. (PAIVA, 2010, p. 135).

Temos também que um problema matemático “é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la” (DANTE, 2000, p. 10).

Para propor problemas adequadamente para os nossos alunos é preciso saber distinguir um exercício de um problema. Segundo Dante (2000, p. 43), um “exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas”. Enquanto que um “problema é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução”. A resolução desse problema exige do aluno uma certa dose de iniciativa, e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias.

De acordo com Paiva (2010, p. 137), estamos diante de um exercício quando a situação já traz de forma quase direta a resposta em seu enunciado, basta que tomemos uso de algoritmos já estabelecidos para encontrar a sua solução. Estamos diante de um problema quando o enunciado da questão exige uma interpretação, ou seja, não podemos encontrar a resposta de forma imediata, para se chegar ao resultado temos que analisar e refletir sobre o caminho que iremos seguir.

Existem diversas propostas de classificação de problemas, aqui vamos abordar será a elaborada por Dante (2000, p. 16), que identificou seis tipos de problemas, com as seguintes características:

Exercício de reconhecimento: seu objetivo é fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade, etc.

Exercício de algoritmos: são exercícios que pedem a execução dos algoritmos das operações elementares. Seu objetivo é treinar a habilidade em executar um algoritmo e

reforça conhecimentos anteriores.

Problemas-padrão: sua resolução envolve a aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos e não exige qualquer estratégia. A solução do problema já está contida no próprio enunciado, e a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática, identificando as operações ou algoritmos necessários para resolvê-lo. Em geral esses problemas não desafiam os alunos a desenvolverem estratégias.

Problemas processos ou heurísticos: Exige do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo a solução. Por isso, tornam-se mais interessantes que os problemas-padrão. Aguçam a curiosidade do aluno e permitem que ele desenvolva sua criatividade, sua iniciativa e seu espírito explorador. E, principalmente, iniciam o aluno no desenvolvimento de estratégias e procedimentos para resolver situações-problema, o que, em muitos casos, é mais importante que encontrar a resposta correta.

Problemas de aplicação: são aqueles que retratam situações reais do dia a dia e que necessitam do uso da matemática para serem resolvidos. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamentos de dados. Em sua resolução é muito comum a utilização de tabelas e gráficos. Podem ser desenvolvidos também por meio de projetos que envolvem a Matemática com outras áreas de conhecimento.

Problemas de quebra-cabeça: desafiam o aluno a perceber um artifício para a obtenção da resposta do problema. Na maior parte das vezes a resolução depende da percepção desse artifício do que da utilização de algoritmos matemáticos.

Para se resolver e encaminhar a solução de um problema, Dante (2000, p. 22), aborda que segundo o esquema de Polya, são quatro as etapas principais: compreender o problema; elaborar um plano; executar o plano; fazer o retrospecto ou verificação. Vamos apresentar em detalhes cada uma dessas etapas a seguir:

Compreender o problema: antes de começarmos a resolver o problema, precisamos compreendê-lo. Para isso, devemos responder a questões como: O que se pede no

problema? Quais são os dados e as condições do problema? É possível fazer uma figura da situação, um esquema ou um diagrama? É possível estimar a resposta?

Elaborar um plano: nesta etapa, elaboramos um plano de ação para resolver o problema, fazendo a conexão entre os dados do problema e o que ele pede. Algumas perguntas que podem ser feitas nessa fase são: Você já resolveu um problema como este antes? Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este? É possível colocar as informações numa tabela e depois fazer um gráfico ou diagrama? É possível resolver o problema por partes? É possível traçar um ou vários caminhos em busca da solução?

Executar o plano: nesta etapa, é preciso executar o plano elaborado: verificando cada passo; efetuando todos os cálculos indicados no plano; executando todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.

Fazer o retrospecto ou verificação: nesta etapa, analisamos a solução obtida e fazemos a verificação do resultado. O retrospecto, repassando todo o problema, faz com que o aluno reveja como pensou inicialmente, como encaminhou uma estratégia de solução, como efetuou os cálculos, enfim, todo o caminho trilhado para obter a solução. Esse processo cuidadoso é um excelente exercício de aprendizagem e serve também para detectar e corrigir possíveis enganos.

Assim, de acordo com Paiva (2010, p. 134), os objetivos principais da utilização da metodologia de resolução de problemas, como principal abordagem para o ensino de Matemática são os de levar os alunos a pesquisar e compreender os conteúdos matemáticos; formular situações problemas e identificar problemas no dia a dia; desenvolver e aplicar estratégias para resolver uma grande variedade de problemas; verificar e interpretar os resultados relativos ao problema inicial e adquirir confiança em utilizar a Matemática de maneira significativa. Ou seja, os alunos ao resolverem problemas podem descobrir fatos novos sendo motivados a encontrarem várias outras maneiras de resolverem o mesmo problema, despertando a curiosidade e o interesse pelos conhecimentos matemáticos e assim desenvolverem a capacidade de solucionar as situações que lhes são propostas.

Por meio da resolução de problemas é possível desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio

lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia, na escola ou fora dela.

2.4 A abordagem da Resolução de Problemas para o ensino de divisão

Um dos principais objetivos da aprendizagem matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor do que apresentar situações-problema que o envolvam, o desafiem, e o motivem a querer resolvê-las (DANTE, 2000, p. 11). Com isso podemos levantar a seguinte discussão: quando o professor deve abordar a metodologia da resolução de problemas em sala de aula. Deve abordá-la após concluir a explicação de determinado conteúdo, deve utilizá-la em aplicações diretas, como aparato para levantar a discussão de determinados temas matemáticos que serão utilizados para a construção de novos conceitos?

O que vemos tradicionalmente, é que os problemas estão sendo abordados após a introdução de conceitos matemáticos, ao final de cada capítulo referente ao assunto em destaque, com o objetivo de verificar se os alunos compreenderam e sabem utilizar os procedimentos que foram estudados. Essa não é a melhor forma de se trabalhar com a resolução de problemas, mas é uma abordagem bastante predominante tanto nos livros didáticos editados atualmente quanto na prática dos professores. Na realidade de hoje o que vem sendo indicado pelos educadores matemáticos é que essa metodologia de ensino deve ser utilizada como introdução ao estudos dos diversos temas matemáticos, pois por meio de problemas os nossos alunos podem alavancar a discussão de diversos elementos matemáticos que servirão para construir os conceitos e definições que serão utilizados em seus estudos.

De acordo com os PCN para o 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental,

a resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (BRASIL, 1998, p. 40).

Ao trabalhar com a metodologia de resolução de problemas para o ensino de

Matemática, devemos procurar evitar centrar nossos objetivos apenas na busca de uma solução adequada para a situação-problema e, sim, centrar nossos objetivos também na procura de facilitar o desenvolvimento e o conhecimento de habilidades básicas e conceitos fundamentais que resolvam a situação proposta.

Ao adotar essa metodologia em sala de aula, no nosso caso em particular com relação ao ensino de divisão, devemos começar fazendo com que a nossa turma se familiarize com as situações-problema que estão sendo propostas. Podemos sugerir para os nossos alunos que eles leiam o problema e tentem explicar o que entenderam a seu respeito e o que não ficou bem claro. Desenvolvendo assim, em nossos alunos, a capacidade de leitura e compreensão de textos. Fazendo com que eles melhorem a capacidade de interpretação e compreensão em relação a resolução de problemas.

Paiva (2010), resalta alguns pontos importantes comentados por Luiz Roberto Dante, para o professor utilizar a resolução de problemas em sala de aula, são eles:

1. A resolução de problemas não é uma atividade isolada para ser desenvolvida separadamente das aulas regulares, mas deve ser parte integrante do currículo e cuidadosamente preparada para ser realizada de modo contínuo e ativo ao longo do ano letivo, usando as habilidades e os conceitos matemáticos que estão sendo desenvolvidos (PAIVA, 2010, p. 146).

Não se pretende resolver problemas de repente. É um processo vagaroso e contínuo, que exige planejamento e tempo. Portanto, a metodologia da resolução de problemas é uma prática que deve ser trabalhada durante a abordagem de todo o conteúdo que está sendo proposto e não apenas em momentos isolados do ensino e aprendizagem. Prática que deve ser muito bem planejada por parte do professor, pois não se aprende a resolver problemas de uma hora para outra.

2. Devemos mostrar ao aluno a necessidade de resolver problemas na vida diária, o valor de enfrentar desafios que exigem grande esforço e dedicação, mesmo que não os solucione corretamente, pois o ato de tentar resolvê-los com empenho já é um grande aprendizado (PAIVA, 2010, p. 146).

Ou seja, o trabalho com a resolução de problemas é de fundamental importante para que o aluno possa enfrentar e resolver com sucesso as situações que lhe aparecerem em seu dia a dia, lembrando que esse trabalho não se centra apenas na busca de uma solução para determinado problema, mas também no desenvolvimento e conhecimento

de habilidades e conceitos que resolvem determinada situação.

3. Longas listas de problemas aborrecem. Em lugar de dar estas extensas listas só de vez em quando, dê poucos problemas (dois ou três) com bastante frequência, explorando-os de modo criativo (PAIVA, 2010, p. 146).

Não podemos estressar nossos alunos com uma montanha de problemas para serem resolvidos, é importante começar a trabalhar a resolução de problemas aos poucos, propondo poucas situações problemas, mas que instiguem a criatividade do aluno.

4. Comece dando problemas bem fáceis aos alunos, de tal modo que todos os resolvam, pois o sucesso em uma atividade nos leva a desenvolver atitudes positivas em relação a ela. Em seguida, apresente alguns problemas de impacto que envolvam as crianças, levando-as a pensar neles e a querer resolvê-los (PAIVA, 2010, p. 146).

Logo de início devemos propor situações-problema que os alunos possam compreender e resolver, para não aumentar ainda mais a aversão do aluno com relação à Matemática. Devemos propor situações que incentivem a curiosidade do aluno, com isso, ele tomará gosto por sua resolução.

5. É interessante fornecer informações e dados para que os alunos criem problemas correspondentes, o que pode ser uma notícia de um jornal ou revista, a letra de uma música, o folheto de propaganda de uma loja, entre inúmeras outras possibilidades (PAIVA, 2010, p. 146).

Proporcionar ao aluno a oportunidade de criar o enunciado de um problema faz com que ele seja levado a conhecer o conteúdo matemático que está sendo abordado, com que seja levado a pensar na resposta do problema e em como resolvê-lo.

6. Você pode adotar problemas que faltam dados, solicitando aos alunos que coloquem os valores e as informações necessárias, e que os resolvem (PAIVA, 2010, p. 146).

Assim, os alunos enfrentaram diversas situações a partir de um mesmo enunciado, pois a medida que o aluno vai atribuindo diferentes valores para o mesmo problema, a situação enfrentada por ele vai se alterando.

7. É interessante apresentar problemas em que haja excesso de dados, para que os

alunos identifiquem aqueles que são úteis à solução do problemas e os que não são (PAIVA, 2010, p. 146).

Com isso, o aluno aprende a estabelecer uma relação entre os dados que são estabelecidos na situação problema e o que é pedido no mesmo, desenvolvendo seu raciocínio.

8. É conveniente formar um banco de problemas (que denominamos de “problemoteca”) e pedir para que os alunos tragam problemas curiosos ou que considerem interessantes. Escolha um dia da semana para colocar em um mural ou na lousa um problema, e recolher as soluções na semana seguinte, antes de expor o novo desafio. Nesse dia, os alunos devem explicar as soluções trazidas e fazer comentários a respeito delas (PAIVA, 2010, p. 146).

Com isso, o aluno estará sempre praticando a resolução de problemas, melhorando cada vez mais suas habilidades, é interessante que estes problemas tenham relação com as situações vivenciadas pelos alunos em seu dia a dia, para que quando enfrentar algo semelhante em sua realidade possam resolver com sucesso.

Portanto, resolver um problema não consiste somente em fazer contas, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o 3º e 4º ciclos (BRASIL, 1998, p. 40 - 41), consiste em fazer com que os nossos alunos sejam capazes de elaborar um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses); de compararem seus resultados com os de outros alunos e validarem seus procedimentos; consiste em desenvolver neles habilidades que permitam provar os seus resultados, testar seus efeitos, comparar os diferentes caminhos para obter a solução do problema.

Na abordagem da resolução de problemas para o ensino de divisão, devemos trazer para o ambiente da sala de aula e para o conteúdo, situações da vida relativa ao cotidiano de nossos alunos que envolvam a ação de dividir para, a partir delas, contextualizar esse conteúdo matemático na situação de resolução de situações-problema. Procurando com isso, proporcionar ao aluno um espaço favorável para que ele consiga criar mecanismos próprios de cálculos e estratégias pessoais para a resolução de problemas.

Podemos perceber que durante esse processo irá acontecer uma reciprocidade na aprendizagem, pois quando o professor desenvolve estes tipos de situações-problema em sala de aula com os seus alunos, irá proporcionar a esses estudantes que aprendam

tanto na escola, no que diz respeito ao seu desenvolvimento cognitivo, como também em sua vida fora deste ambiente, ou seja, em sua vida dentro da sociedade na qual está inserido; adquirindo com assim, ferramentas para lidar melhor com essas situações-problema que lhe são apresentadas.

Na resolução de problemas que envolvem a divisão, os enunciados destes precisam ser muito bem compreendidos pelos nossos alunos e, para que isso aconteça, precisamos procurar estimular essa compreensão, assim, eles iram exercitar seu raciocínio e não apenas identificar a operação a ser aplicada para a resolução desses problemas. Nós professores precisamos encorajar nossos alunos para que eles criem e apliquem de maneira autônoma seus procedimentos em busca da resolução das situações propostas, evitando somente reproduzir o que a escola e os métodos de ensinios tradicionais os impõem.

Trabalhando com a Resolução de Problemas no ensino de divisão podemos proporcionar de início para os alunos simples situações-problema que envolvam tanto o modelo partitivo quanto o quotativo e abordar o algoritmo da divisão conhecido como processo americano ou subtrações sucessivas. Podemos propor as seguintes situações baseadas em (RÊGO, 2009, p. 169):

Exemplo: Se tenho 18 bolachas para dividir entre meus três filhos, quantas bolachas caberão a cada um deles?

Temos um problema partitivo, portanto vou procurar descobrir quantas vezes posso repartir as 18 bolachas entre os três filhos, utilizando subtrações sucessivas os alunos devem proceder de acordo com o quadro 2:

Quadro 2. Problema partitivo: subtrações sucessivas

$18 \div 3$
$18 - 3 = 15$
$15 - 3 = 12$
$12 - 3 = 9$
$9 - 3 = 6$
$6 - 3 = 3$
$3 - 3 = 0$

O número 3 foi subtraído seis vezes do 18. Logo, o número 18 foi repartido seis

vezes. Portanto, cada filho recebeu seis bolachas. Podemos perceber que 3 foi subtraído 6 vezes do 18 até chegar ao zero, portanto, temos uma divisão exata.

Exemplo: Preciso fazer ramalhetes, cada um com sete rosas. Se tenho 42 rosas, quantos ramalhetes poderei fazer?

Temos um problema quotativo, portanto deve-se procurar descobrir quantos grupos de sete rosas cabem em 42 rosas, utilizando subtrações sucessivas os alunos devem proceder de acordo com o quadro 3:

Quadro 3. Problema quotativo: subtrações sucessivas

$42 \div 7$
$42 - 7 = 35$
$35 - 7 = 28$
$28 - 7 = 21$
$21 - 7 = 14$
$14 - 7 = 7$
$7 - 7 = 0$

O número 7 foi subtraído seis vezes do 42. Logo, o número 7 cabe seis vezes no número 42. Portanto, podemos fazer 6 ramalhetes.

Ainda abordando problemas de forma mais simples podemos propor tanto problemas partitivos como quotativos, orientando os alunos que explorem a divisão por tentativas multiplicativas. Por exemplo (TOLEDO e TOLEDO, 1997, p. 145):

Exemplo: Luís tem 24 carrinhos e quer reparti-los igualmente entre seus 6 amigos. Como poderá fazer isso?

Temos um problema partitivo, portanto é preciso descobrir quantas vezes podemos repartir os 24 carrinhos entre os 6 amigos, explorando a divisão por tentativas multiplicativas os alunos devem proceder de acordo com o quadro 4:

Quadro 4. Problema partitivo: tentativas multiplicativas

$24 \div 6$
$6 \times 1 = 6$
$6 \times 2 = 12$
$6 \times 3 = 18$
$6 \times 4 = 24$

Podemos ver que para obter o número 24 chegamos ao produto 6×4 . Logo, 24 foi repartido 4 vezes entre os seis amigos. Portanto, cada amigo receberá 4 carrinhos.

Exemplo: Uma florista tem 45 rosas para fazer arranjos. Como quer colocar 9 rosas em cada arranjo, quantos ela conseguirá fazer?

Temos um problema quotativo, portanto é preciso descobrir quantos grupos de 9 rosas cabem em 45 rosas, explorando a divisão por tentativas multiplicativas os alunos devem proceder de acordo com o quadro 5:

Quadro 5. Problema quotativo: tentativas multiplicativas

$45 \div 9$
$9 \times 1 = 9$
$9 \times 2 = 18$
$9 \times 3 = 27$
$9 \times 4 = 36$
$9 \times 5 = 45$

Podemos ver que para obter o número 45 chegamos ao produto 9×5 . Logo, o número 9 cabe cinco vezes no número 45. Portanto, pode se fazer 5 ramalhetes.

Na abordagem de Resolução de Problemas para o ensino de divisão, podemos apresentar problemas partitivos e quotativos em que haja excesso de dados, para que os alunos identifiquem aqueles que são úteis à solução da situação-problema e os que não são. Podemos propor as seguintes situações baseadas em (VAN DE WALLE, 2009, p. 178):

Exemplo partitivo: Marcos tem 24 maçãs e 28 laranjas. Ele quer distribuir igualmente as maçãs entre seus 4 amigos. Quantas maçãs cada amigo receberá?

Exemplo quotativo: Marcos tem 24 maçãs e 28 laranjas. Ele colocou as maçãs em cestas contendo 6 maçãs cada. Quantas cestas Marcos usou?

Podemos também, adotar problemas que faltam dados e solicitar aos alunos que coloquem os valores e as informações necessárias e que os resolvam. Podemos propor as seguintes situações (DANTE, 2009, p. 58):

Exemplo partitivo: O professor Alberto tem x folhas de papel sulfite para

distribuir igualmente entre as suas 6 equipes. Quantas folhas receberá cada equipe?

Exemplo quotativo: Para embalar x ovos, quantas caixas com capacidade para 12 ovos são necessárias?

Podemos ainda propor apenas números e orientar os alunos que a partir destes elaborem problemas partitivos e quotativos. Por exemplo (TOLEDO e TOLEDO, 1997, p. 145):

Exemplo: Use os números 210 e 15 para desenvolver dois problemas, um com ideia de repartir igualmente e outro com a ideia de medir.

Podemos fornecer para os alunos respostas para que estes criem problemas de divisão correspondentes. Por exemplo (DANTE, 2000, p. 61):

Exemplo: Utilize sua imaginação e crie uma situação-problema de divisão cuja resposta seja 12.

Podemos propor para os alunos uma determinada situação problema e pedir para que eles apliquem diferentes estratégias para resolverem este mesmo problema. Podemos ainda propor que os alunos abordem para resolver determinado problema a Heurística de Polya: compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano, retrospecto ou verificação.

2.5 Orientações do livro didático “Tudo é Matemática”

As escolas de Itaporanga, tanto as Estaduais - EEEF Simeão Leal, EEEF Padre Diniz, EEEFM Francelino de Alencar Neves, EEEF Chagas Soares; quanto as Municipais - EMEF Jacinta Chaves Paulo, EMEIF Professora Justina Emília Crizanto; totalizando um total de seis escolas, entraram em consenso e resolveram adotar uma única coleção referente ao ensino de Matemática do 6º ano que é a coleção de Luiz

Roberto Dante intitulada “Tudo é Matemática” da Editora Ática do ano 2009.

Como qualquer outro material didático, o livro não deve ser visto como o único, mas sim, como mais um importante auxiliar do professor que pretende ensinar Matemática de modo mais significativo para o aluno, com assuntos da vivência dele, desenvolvendo conceitos com compreensão e situações problemas interessantes, contextualizadas e/ou interdisciplinares.

A coleção prioriza o ensino espiral, em que um mesmo conceito é retomado várias vezes nas “revisões cumulativas”. Os conceitos são, em geral, desencadeados a partir de uma situação problema; a modelagem matemática é feita pela procura de modelos matemáticos a partir de problemas reais; as abordagens da história da Matemática são trabalhadas por meio de leituras; e o da tecnologia da informação, como calculadoras, é indicado em vários momentos da coleção.

As atividades, os desafios, os exercícios e as leituras desta coleção estimulam a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas. Procuram em muitos momentos fazer com que a aprendizagem seja vivenciada como uma experiência progressiva, interessante e formativa, apoiada na ação, na descoberta, na reflexão e na comunicação, como preceituam os PCN de Matemática. Por outro lado, procuram minimizar o adestramento do cálculo; os problemas padrão rotineiros; o uso excessivo de técnicas e dispositivos práticos; a memorização, sem compreensão de fórmulas. Enfim, prioriza-se a compreensão dos conceitos e procedimentos, para a sua possível aplicação na formulação e resolução de problemas.

Esta coleção procura ajudar o aluno a construir e desenvolver conceitos e procedimentos matemáticos, sempre compreendendo e atribuindo significado ao que está fazendo, evitando a simples memorização e mecanização. E tudo isso valendo-se de situações-problema contextualizadas e, posteriormente, aplicando os conceitos em situações cotidianas, na própria Matemática e em outras áreas do conhecimento.

O enfoque metodológico da coleção está voltado para a formulação e resolução de problemas, alertando o aluno, das etapas a serem consideradas na resolução de um problema: compreensão, elaboração de planos, execução dos planos, retrospecto e verificação da resposta.

No livro didático o conteúdo de divisão é abordado no capítulo 2 (Operações fundamentais com números naturais, p. 38), mais precisamente no tópico 4 (Divisão: ideias associadas e algoritmos, p. 56), onde aborda os seguintes itens:

Primeira ideia associada à divisão: repartir igualmente (DANTE, 2009, p. 56);

- Subitem: Algoritmo usual da divisão (DANTE, 2009, p. 56);

Segunda ideia associada à divisão: medida ou quantas vezes uma quantidade cabe em outra (DANTE, 2009, p. 56);

- Subitem: Algoritmo das estimativas (DANTE, 2009, p. 58); Resto de uma divisão de números naturais (DANTE, 2009, p. 59); O zero na divisão (DANTE, 2009, p. 60);

Uma aplicação da divisão: a média aritmética (DANTE, 2009, p. 60).

O conteúdo de “divisão” é abordado inicialmente recordando algumas ideias associadas e algoritmos dessa operação. A primeira ideia associada é “repartir igualmente”, onde esta é abordada através do seguinte problema: **O professor Alberto quer repartir igualmente 84 folhas de papel sulfite para 6 equipes de alunos. Quantas folhas receberá cada equipe?** (DANTE, 2009, p. 56).

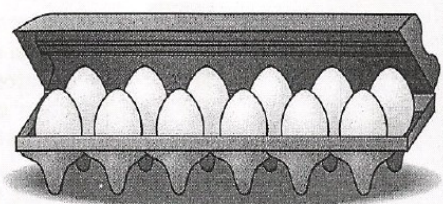
Depois aborda o algoritmo usual da divisão, efetuando a divisão $84 \div 6$, explicando da seguinte forma:

- Repartimos igualmente 8 dezenas por 6 unidades. De uma dezena para cada equipe e restam duas dezenas;
- Trocamos 2 dezenas por 20 unidades; com as 4 unidades que tínhamos passamos a ter 24 unidades;
- Repartimos igualmente as 24 unidades por 6. Dá 4 unidades para cada equipe e resta 0. No total, 14 folhas para cada equipe (1 dezena + 4 unidades).

A segunda ideia associada a divisão é a “medida ou quantas vezes uma quantidade cabe em outra”, onde o autor aborda a seguinte situação-problema (DANTE, 2009, p. 56):

Numa granja os ovos são colocados em caixas de 1 dúzia. Quantas caixas são necessárias para embalar 195 ovos?

Sabemos que 1 dúzia = 12. Então, queremos saber quantos grupos de 12 ovos cabem em 195 ovos. Devemos fazer a divisão $195 : 12$.



AMJ STUDIO/ARQUINO DA EDITORA

Figura 1. Ideias da Divisão

Onde depois de usar o algoritmo usual da divisão, efetuando a divisão $195 \div 12$, explicando da mesma forma que explicou o problema anterior. Relata que esta é uma divisão não exata, pois o resto é diferente de zero. E diz que para verificar se a divisão está correta, basta fazer $16 \times 12 = 192 + 3 = 195$, ou seja, **quociente x divisor + resto = dividendo**. E conclui o problema dizendo que são necessárias 16 caixas e restam 3 ovos (para serem colocados numa outra caixa).

Em seguida a coleção aborda o “algoritmo das estimativas” através do seguinte problema (DANTE, 2009, p. 58):

Este algoritmo consiste em descobrir quantas vezes o divisor cabe no dividendo *fazendo estimativas*. Acompanhe a situação a seguir.

Para plantar 532 mudas de rosas em 14 canteiros, com a mesma quantidade de mudas em todos eles, quantas mudas Lauro precisa colocar em cada canteiro?




Figura 2. Algoritmo das estimativas

E explica que é preciso efetuar a divisão $532 \div 14$; onde pelo algoritmo das estimativas devemos descobrir quantas vezes o 14 “cabe” em 532, fazendo estimativas. Procedendo da seguinte maneira:

- Estimamos 20 vezes e fazemos $20 \times 14 = 280$ e $532 - 280 = 252$.
- Quantas vezes o 14 cabe nos 252 que sobraram? Estimamos 10 vezes e fazemos $10 \times 14 = 140$ e $252 - 140 = 112$.
- Quantas vezes o 14 cabe em 112? Estimamos 5 vezes e fazemos $5 \times 14 = 70$ e $112 - 70 = 42$.
- 14 cabe 3 vezes e resta 0.
- Somamos $20 + 10 + 5 + 3 = 38$.

Então, 14 cabe 38 vezes em 532 e o resto é 0. Logo, Lauro precisa colocar 38 mudas em cada canteiro. Em seguida faz a seguinte observação: Note que as estimativas podem ser outras, mas o resultado final é sempre o mesmo.

Depois propõe atividades para serem resolvidas pelos alunos, lançando dentro dessa atividade o seguinte desafio para incentivá-los (DANTE, 2009, p. 59):

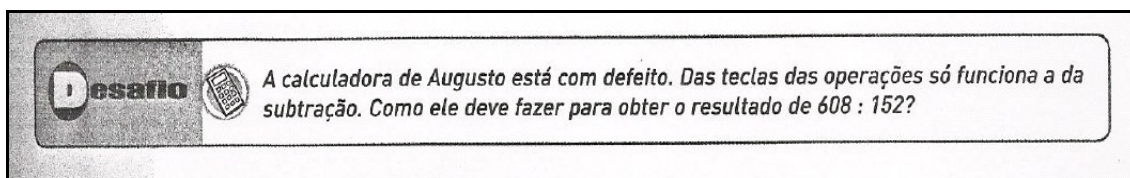


Figura 3. Desafio

Nesse problema o aluno deve descobrir quantas vezes o 152 cabe no 608 por meio das subtrações. Logo, ele deve proceder de acordo com o quadro 6:

Quadro 6. Desafio: subtrações sucessivas

$608 \div 152$
$608 - 152 = 456$
$456 - 152 = 304$
$304 - 152 = 152$
$152 - 152 = 0$

Assim, o 152 cabe exatamente 4 vezes no 608. Então, $608 \div 152 = 4$.

Após essa atividade, aborda o resto de uma divisão de números naturais e o zero na divisão e propõe novas atividades, onde destaca com relação a esse tópico (DANTE, 2009, p. 59 - 60):

- Numa divisão, o resto é sempre menor do que o divisor.
- Não é possível a divisão de um número natural por zero.
- Zero dividido por qualquer número natural, diferente de zero, dá sempre zero.

Em seguida aborda uma aplicação da divisão que é “a média aritmética” através da seguinte situação-problema (DANTE, 2009, p. 60):

Em um restaurante há 6 garçons. No final do dia, as gorjetas recebidas são repartidas igualmente entre eles. Em determinado dia, cada um recebeu estas quantias:

Alex: 80 reais	Carlos: 40 reais	Edson: 100 reais
Beto: 50 reais	Dudu: 90 reais	Fábio: 60 reais




Figura 4. Média aritmética

Explica que inicialmente, calculamos o valor total recebido de gorjeta pelos 6 garçons,

fazendo a seguinte adição: $80 + 50 + 40 + 90 + 100 + 60 = 470$. Agora que já sabemos que o total recebido de gorjetas é 420 reais, basta dividir esse total (420) pelo número de garçons (6), ou seja, devemos fazer $420 \div 6 = 70$. Para efetuar essa divisão o livro (Dante) utiliza o algoritmo usual. Assim, cada garçom recebeu 70 reais de gorjeta nesse dia.

Ainda relata com relação a esse problema que 70 é a média aritmética dos valores 80, 50, 40, 90, 100 e 60. E explica que para achar a média aritmética (ou simplesmente média) de uma série de valores, devemos adicionar todos os valores e, em seguida, dividir a soma obtida pela quantidade de valores somados. Com relação ao problema acima temos: $(80 + 50 + 40 + 90 + 100 + 60) \div 6$.

Após a resolução desse problema, propõe atividades para os alunos com relação a esse tópico e encerra o conteúdo de Divisão.

2.6 Dificuldades para o ensino de divisão

Ao se trabalhar com o conteúdo de divisão em sala de aula, o seu ensino deve ser carregado de significados justamente pelo grau de dificuldade que os alunos apresentam com relação a esse conteúdo. De certa forma, pode-se dizer que essa dificuldade é decorrente da deficiência que o aluno possui em compreender os significados e os algoritmos da divisão, além das dificuldades provenientes das operações ensinadas anteriormente.

Para que a criança possa realmente aprender a divisão, ela precisa ter o domínio sobre a operação da subtração (para quando precisar se utilizar da verificação de quantas vezes uma quantidade cabe na outra ou de medir, utilizando-se de subtrações sucessivas), da soma e da multiplicação (que para tirar a prova real multiplica-se o divisor pelo quociente e soma ao resto que resultará no dividendo). O ensino de operações como a adição, a subtração e a multiplicação não antecede o da divisão por mera ordem sistemática e sim por servirem de base fundamental para a aprendizagem da divisão. Portanto, o ensino dessas operações deve ter sentido e significado para o aluno e ao ensinar a divisão, o professor deve fazer a relação destas operações com ela, a fim de tornar esse ensino mais eficiente, viabilizando uma aprendizagem com sentido e significado para o aluno (CAMPOS, 2001).

No ambiente escolar o professor trabalha habitualmente a divisão apresentando a seus alunos os algoritmos tradicionais que envolvem esse conteúdo, suas propriedades e definições, e como instrumento para a verificação da aprendizagem, aplica um monte de contas e problemas a serem efetuadas e através desses exercícios, são dadas notas que comprovam o rendimento do aluno e o que ele aprendeu a respeito do conteúdo. Isso faz com que o aluno na procura de conseguir boas notas passe a memorizar mecanismos, conceitos, algoritmos que a ele são apresentados, o que impede o desenvolvimento de suas habilidades e de uma aprendizagem significativa (RÊGO, 2009).

Às vezes o que faz com que os alunos enfrentem dificuldades com relação a aprendizagem da divisão é que eles apresentam deficiência no domínio da tabuada, por exemplo, quando as operações de divisão têm divisor maior que 5 os alunos começam a apresentar dificuldades. Observa-se nessas condições que eles ficam tão preocupados em descobrir o resultado da multiplicação que deixam de acompanhar a atividade do professor e do resto da classe em busca do quociente da divisão. Portanto, é preferível que, antes de iniciar o trabalho com a divisão em si, o aluno dedique certo tempo à construção da tabuada em questão, para que possa consultá-la quando necessitar. Podemos destacar também que eles não dão o tratamento adequado ao resto de uma divisão diante de determinada situação-problema; não conseguem estabelecer as relações possíveis entre o dividendo, divisor, quociente e resto; não concebem a divisão como operação inversa da multiplicação; não conseguem distinguir os problemas partitivos dos quotativos, tendo uma única visão para a resposta de ambos os problemas (TOLEDO e TOLEDO, 1997).

O que também dificulta o ensino da divisão é que esse conteúdo dificilmente é explorado de forma contextualização dentro da sala de aula. Quando o professor o aborda, ele limita-se à aplicação de fórmulas e à memorização sem a compreensão dos conceitos estudados, ou seja, tais procedimentos funcionam como ferramentas da matéria que a torna densa e sem aplicação, de tal forma que o aluno não estará preparado para enfrentar novos desafios, que exijam dele um maior raciocínio e interpretação (VAN DE WALLE, 2009).

Para que isso seja superado, é preciso que o docente esteja preparado e apto a trabalhar com metodologias diversificadas, para que não se atenha apenas à obtenção dos resultados através de técnicas tradicionais de ensino que ele incorporou e, sim que ele passe a observar a conclusão do aluno ao encontrar a resposta da situação que lhe foi proposta, podendo utilizar isso como processo avaliativo dentro da sala de aula.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 49), os desafios que se apresentam dentro do campo dos Números e Operações é o de identificar que conceitos, procedimentos e atitudes são socialmente relevantes. Os conceitos devem permitir interpretar fatos e dados e constituir generalizações úteis que permitem organizar a realidade, interpretá-la e predizê-la. Os procedimentos devem ser encarados como conteúdos que possibilitem o desenvolvimento de capacidades relacionadas com o saber fazer aplicáveis a distintas situações. As atitudes devem ser vistas com a mesma importância que os conceitos e procedimentos, pois, de certa forma, funcionam como condições para que eles se desenvolvam.

Outro desafio é apontar em que medida os conteúdos contribuem para o desenvolvimento intelectual do aluno, ou seja, para a construção e coordenação do pensamento lógico-matemático, para o desenvolvimento da criatividade, da intuição, da capacidade de análise e de crítica. É importante que a seleção de conteúdos a serem trabalhados se dê ao procurar identificá-los como formas e saberes culturais cuja assimilação é essencial para que produza novos conhecimentos (BRASIL, 1998).

Os alunos apresentam com frequência dificuldades com relação aos algoritmos que envolvem as quatro operações, isso acontece por que eles utilizam de processos mecânicos ensinados pela própria escola na qual estudam, processos estes, que não oferecem nenhum tipo de compreensão sobre como ele poderá resolver determinada situação-problema, ele apenas opera os algoritmos sem se dar conta do por que estar efetuando tal processo. Muitos professores empregam técnicas diversas de cálculo, mas não compreendem o porquê de cada procedimento que utilizou, e os alunos apenas repetem um modelo no qual não foi atribuído sentido lógico ou prático. Muitas vezes os alunos não conseguem elaborar estratégias de resolução de cálculos ou problemas diferentes das que são impostas pelo seu professor, porque estão treinados para resolvê-los de maneira única, com isso suas mentes são travadas, bloqueadas para pensar em qualquer outro tipo de mecanismo, o que atrapalha e muito no desenvolvimento de um pensamento lógico-matemático a longo prazo, isso se tornar um prejuízo incalculável para o aluno.

Para que isso possa ser superado e se possa ter uma aprendizagem significativa com relação ao conteúdo das quatro operações, é preciso que o professor compreenda e entenda o seu aluno como um sujeito agente de sua própria aprendizagem, onde para isso o professor deve se tornar mediador, incentivador e organizador do conhecimento. Ele deve procurar explorar as diferentes ações de cada uma das quatro operações,

procurar propor situações-problema que possam levar o aluno a pensar matematicamente, identificando qual operação ele deverá utilizar para realizar um determinado cálculo, permitindo com isso, que o aluno possa manipular outras estratégias para se chegar a uma resolução do problema e não somente a estratégia abordada pela escola.

Para Campos (2001, p. 20), “no trabalho com operações no ensino fundamental, os professores constataram que uma das maiores dificuldades dos alunos está em relacionar a situação-problema com a operação que permite obter a resposta”. Portanto, devemos trabalhar com as operações envolvendo números naturais construindo significados para a aprendizagem e para as situações propostas, oferecendo assim, aparatos para os alunos tomarem decisões e resolverem as situações-problema adequadamente.

2.7 Plano de Aula: Divisão com Números Naturais

Para finalizar a nossa discussão sobre o ensino de divisão, apresentaremos como um problema retirado do livro Tudo é Matemática da autoria de Dante e adotado pela maioria das escolas municipais e estaduais de Itaporanga pode ser abordado utilizando a Resolução de Problemas como estratégia metodológica. Para tanto, apresentaremos esta proposta no formato de Plano de Aula.

- **Objetivos da aula:**

Apresentar a "Heurística de Polya" para os alunos de modo que compreendam a resolver problemas de divisão; proporcionar a compreensão mais significativa do conteúdo abordado, de modo que possam pensar produtivamente desenvolvendo sua curiosidade, criatividade, seu senso investigativo e seu raciocínio lógico.

- **Conteúdo a ser trabalhado:**

Divisão envolvendo Números Naturais pela metodologia de Resolução de Problema.

- **Material necessário para a aula:**

Quadro branco, marcador, apagador, livro didático.

- **Tempo estimado:**

1 hora/aula – 45 minutos.

- **As etapas de desenvolvimento da aula:**

Vamos iniciar a aula dizendo que temos 224 folhas de papel sulfite e queremos dividi-las entre os alunos da classe (digamos que sejam 32 alunos). Assim, eles estariam resolvendo um problema do seu cotidiano. Após a apresentação da situação-problema pediremos que eles formem grupos de 4 alunos, pois a discussão entre o grupo sobre diferentes ideias que surgem para resolver o problema propicia uma interação valiosa. Em seguida vamos encorajá-los a pensar por si mesmos, a levantar suas próprias hipóteses e a testá-las, a discutir com os colegas de grupo como e por que a maneira que eles estão desenvolvendo a resolução do problema funciona.

Deixaremos os alunos livres para pensarem por si mesmos, depois apresentaremos a sequência de Polya, onde para resolver determinado problema é importante seguir um roteiro que facilite a resolução e nos auxilie a encontrar a resposta correta. Para isso é preciso: compreender o problema; planejar a solução; executar o que planejou; verificar se resolveu corretamente o problema.

Daremos um tempo razoável para que os alunos leiam e compreendam o problema. Enquanto eles trabalham, é importante que estejamos sempre circulando pela sala de aula na procura de incentivar e moderar as ideias geradas pelos próprios alunos, facilitando a discussão entre eles, fazendo perguntas para esclarecer quais são os dados e as condições do problema e o que está sendo pedido, procurando certificarmos que o problema está sendo entendido por todos.

Quando todos os grupos já tiverem chegado a resolução do problema, um representante de cada grupo deve reproduzi-la na lousa, explicando o procedimento adotado. Onde vamos discutir cada solução, dialogando com os alunos quais foram os acertos, os erros cometidos e as estratégias utilizadas por cada grupo, na procura de esclarecer qualquer dúvida com relação ao proposto na aula e propiciar uma aprendizagem significativa.

- **Avaliação:**

Podemos avaliar os alunos de acordo com a sua participação e interação durante e após a resolução da situação-problema; através do seu comportamento dentro do ambiente da sala de aula; através do respeito para com as dúvidas e dificuldades dos colegas. É importante pedir os registros dos alunos para análise posteriores. Por isso devemos pedir que um representante de cada grupo registre a parte cada etapa da resolução do problema para ser entregue.

Desenvolvimento do Problema

Problema proposto: **Se forem repartidas igualmente 224 folhas de papel sulfite entre os 32 alunos da classe. Quantas folhas cada aluno receberá?** (DANTE, 2009, p. 120). Os alunos deverão procurar resolver o problema a partir das seguintes etapas:

Compreendendo o problema: inicialmente o aluno precisa compreender o problema. Nesse momento podemos discutir com os alunos algumas perguntas como mostra o quadro 7:

Quadro 7. Compreendendo o problema

Que informações podemos usar?	Que pergunta precisamos responder?
224 folhas de papel sulfite. repartidas igualmente entre 32 alunos.	Quantas folhas cada aluno irá receber?

Planejando a solução: Nesse momento devemos encorajá-los a pensar por si mesmos, a levantar suas próprias estratégias e a testá-las, a discutir com os colegas de grupo como e por que a maneira que eles estão desenvolvendo a resolução do problema funciona. Devemos esclarecer que eles podem seguir várias estratégias para a resolução do problema, esclarecendo-lhes que não existe uma única estratégia, ideal e infalível. Nessa etapa os alunos podem levantar estratégias como: Por tentativa e erro? Pelo algoritmo usual da divisão? Fazendo estimativas? Por meio de subtrações sucessivas? Por aproximações multiplicativas? Mediante representações gráficas? Por cálculos aditivos?

Digamos que um certo grupo escolheu resolver o problema por aproximações

multiplicativas, na próxima etapa ele vai executar o seu plano.

Executando o que foi planejado: com base no que o grupo planejou, ele pode proceder de acordo com o quadro 8:

Quadro 8. Executando o que foi planejado

$244 \div 32$
$32 \times 1 = 32$
$32 \times 2 = 64$
$32 \times 3 = 96$
$32 \times 4 = 128$
$32 \times 5 = 160$
$32 \times 6 = 192$
$32 \times 7 = 224$

Podemos ver que para obter o número 244 chegamos ao produto 7×32 . Logo, as 244 folhas de papel sulfite foram repartidas sete vezes entre os 32 alunos. Portanto, cada aluno recebeu 7 folhas de papel sulfite.

Verificando se o problema foi resolvido corretamente: este é o momento de verificar se a resposta dada ao problema está de acordo com a pergunta formulada. Pois, para o problema estar verdadeiramente resolvido, o aluno precisa saber o que e como fez, e por que sua ação foi apropriada. Podemos perguntar aos alunos como eles podem verificar se a resposta está correta. Neste momento é importante ouvir do grupo as possíveis respostas para comparar e proporcionar interação. Eles podem proceder da seguinte maneira: Ao repartir igualmente 244 folhas de papel sulfite com os 32 alunos, cada um recebeu 7 folhas sulfite. Portanto, ao multiplicar as 7 folhas pelo número de alunos tenho que obter 244 folhas de papel sulfite. Usando a multiplicação eles podem verificar que: 7 (folhas de papel sulfite) $\times 32$ (alunos) $= 244$. Agora o aluno pode afirmar que sua resposta está correta.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com o livro “Transformando as aulas práticas de Matemática”, de Campos (2001, p. 10), podemos perceber que atualmente existe a preocupação que o Ensino Fundamental proporcione ao aluno desempenhar um papel ativo na construção do seu próprio conhecimento e, ao professor, procurar explorar os conteúdos matemáticos a partir de situações-problema encontradas no cotidiano destes estudantes e nas várias disciplinas. Atualmente, o ensino está sendo direcionado, para a aquisição de competências básicas, e não apenas preocupado com a preparação para estudos futuros.

Ao se deparar na escola com o conteúdo das quatro operações fundamentais, é importante que o aluno esteja com o conceito de número bem construído e bem definido, para que assim, se possa dar continuidade ao processo gradativo de aprendizagem matemática, ou seja, para que se possa adquirir uma aprendizagem significativa e efetiva das quatro operações fundamentais. Para tanto, é preciso que o estudante tenha uma boa ideia do conceito de número. Ao se depararem com situações-problema que envolvem adição, subtração, multiplicação e divisão, os alunos irão ampliar ainda mais seu conceito sobre números.

A relação existente entre professor e saber matemático, também é de fundamental importância para que possa acontecer uma aprendizagem significativa das quatro operações fundamentais e para qualquer outro conteúdo matemático. O professor deve estar consciente no seu fazer matemático de maneira que não se deixe influenciar por práticas sofridas por ele em sua fase escolar, deve sempre estar em busca de práticas que visem melhorar o aprendizado de seus alunos e procurar ser um incentivador dessa aprendizagem.

O professor precisa estar ciente também como o aluno aprende, compreendendo que cada um aprende em seu respectivo tempo e de sua maneira. Ele precisa se tornar uma ponte firme entre o aluno e o saber matemático, procurando proporcionar para este, um ambiente favorável para uma aprendizagem significativa e estimular o aluno a construir seu raciocínio lógico com relação a Matemática.

Em busca dessa aprendizagem significativa o ensino das quatro operações deve ser abordado de maneira contextualizada, ou seja, o professor deve levar em consideração o cotidiano de seu aluno, estabelecendo relações entre as quatro operações fundamentais e outros conteúdos matemáticos, procurando encorajá-lo, incentivá-lo e

também criar situações problema que o auxiliem no processo de construção de estratégias de cálculo.

Com relação ao ensino de divisão, o primeiro ponto que podemos destacar é o fato de este conteúdo estar ligado a duas ideias diferentes, a de repartir igualmente e a de medida, sendo que a primeira ideia é bem mais enfatizada pela maioria das pessoas. A divisão estar relacionada à subtração; na verdade, ela é uma subtração de parcelas iguais. Podemos perceber que a divisão e a multiplicação também estão relacionadas, onde a divisão nomeia um fator desconhecido em termos do fator conhecido e do produto.

Podemos perceber que o algoritmo da divisão apresenta uma característica bastante especial com relação as outras operações (adição, subtração e multiplicação). Pois, enquanto nessas operações o processo mais prático para encontrar sua solução seja aquele em que se começa a operar a partir das ordens das unidades, na divisão ocorre justamente o contrário, ou seja, é mais prático começar a dividir pelas ordens mais elevadas do número que está sendo dividido.

Na abordagem ao resto da divisão uma coisa que deve ficar bem clara para os alunos, desde o início, é a relação entre o resto e o divisor, ou seja, o resto de uma divisão deve ser sempre menor que o divisor; também deve ficar claro que não é possível a divisão de um número natural por zero; que o zero dividido por qualquer número natural, diferente de zero, dá sempre zero. Deve ficar claro que se o resto é zero, a divisão é exata, quando o resto é maior que zero, a divisão não é exata; que para verificar se uma divisão está correta, é válida a relação: $\text{quociente} \times \text{divisor} + \text{resto} = \text{dividendo}$. Outra abordagem que podemos destacar no ensino de divisão é a aplicação desse conteúdo a média aritmética, onde a partir dessa aplicação podemos desenvolver problemas reais e bastante interessantes.

Para proporcionar um ensino-aprendizagem de forma mais significativa para os alunos com relação ao conteúdo de divisão; ao abordá-lo em sala de aula temos que está apar e levar em consideração os conhecimentos prévios de nossos alunos; relacionando seu ensino com a realidade vivenciada por eles. Devemos concentrar o trabalho realizado com a divisão na compreensão de seus significados e nas relações existentes com as outras operações básicas (adição, subtração e multiplicação). Para que os alunos possam consolidar esses significados, como também a construção de novos, devemos desenvolver e proporcionar situações-problema interessantes e de forma contextualizada. Na resolução dessas situações devemos encorajar os alunos a pensarem

por si mesmos, a produzirem estratégias pessoais e a justificar os procedimentos de cálculos em função da situação que lhe foi proposta.

Devemos construir um ensino-aprendizagem que seja fundamentado na ação, na descoberta, na reflexão e na comunicação. Trabalhando o conteúdo de divisão de forma coletiva, pois a interação entre os alunos desempenha um papel de fundamental importância no desenvolvimento de suas capacidades cognitivas, afetivas e de inserção social. Desenvolvendo e proporcionando atividades que estimulem no aluno a sua curiosidade, o seu espírito de investigação e o seu raciocínio matemático.

Podemos trabalhar o livro didático lendo e discutindo cada página com os alunos em especial a página que introduz um conceito novo, fazendo indagações, problematizando e estimulando as descobertas dos alunos. Podemos dar uma ideia geral do capítulo, deixando que os alunos individualmente ou em equipe, realizem as atividades propostas com nossa orientação e acompanhamento. Outra possibilidade é reunir os alunos em dupla ou em pequenos grupos e sugerir que descubram o que deve ser feito em cada página; enquanto isso, devemos circular entre as duplas ou entre os grupos, orientando, fazendo perguntas e instigando os alunos a refletir (DANTE, 2009).

De acordo com Dante (2009, p. 17), o professor é quem conhece e se relaciona diariamente com os alunos. Com base nesses dados e no contexto social em que está inserida a escola, o professor pode e deve modificar, complementar e inserir problemas, jogos, quebra-cabeças, desafios, atividades e exercícios.

Buscaremos, em uma etapa futura, prosseguir com este trabalho realizando uma pesquisa de campo em alguma escola da rede estadual ou municipal da cidade de Itaporanga, colocando em prática e analisando tudo o que foi constatado nessa pesquisa.

Ainda com relação ao ensino de divisão com números naturais no 6º ano do Ensino Fundamental, pretendemos futuramente realizar uma pesquisa recorrendo ao recurso dos jogos em sala de aula para o ensino e aprendizagem desse conteúdo. Por que os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções (BRASIL, 1998. P. 46). Além de tornar mais eficiente e prazeroso o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de divisão e da Matemática.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental: Matemática. Brasília, MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática. Brasília, MEC/SEF, 1998.
- CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. Transformando a prática das aulas de Matemática: Textos preliminares. Volume 1. São Paulo: PREM, 2001.
- CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. Transformando a prática das aulas de Matemática: 6ª série. Volume 2. São Paulo: PREM, 2001.
- DANTE, Luiz Roberto. Didática da resolução de problemas de matemática. 2. ed. São Paulo: Ática, 2000.
- DANTE, Luiz Roberto. Tudo é Matemática / Luiz Roberto Dante. - 3. ed. - São Paulo: Ática, 2009.
- FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.
- PAIVA, Jussara Patrícia Andrade Alves. Tópicos Especiais em Matemática III. In: Edmundo Marinho do Monte. (Org.). Licenciatura em Matemática a Distância. João Pessoa: Editora Universitária UFPB, 2010, p. 119-159.
- RÊGO, Rogéria Gaudêncio. Tópicos Especiais em Matemática I. Licenciatura em Matemática a Distância. / Antônio de Andrade e Silva. João Pessoa: Editora Universitária UFPB, 2009, p. 153-179.
- TOLEDO, Marília; TOLEDO Mauro. Didática de Matemática: como dois e dois. São Paulo: FTD, 1997.
- VAN DE WALLE, J. A. Matemática no Ensino Fundamental: Formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- POLYA, George. A arte de resolver problemas. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.